

令和5年度大学院入学試験事前課題 (前期募集)

教育実践高度化専攻 教科教育・教科複合実践研究コース (自然科学領域 数学分野)

注意事項

- 1 [1] または [2] のいずれか一つを選択して解答すること。
- 2 問題用紙と解答用紙は別である。解答は、解答用紙に記入すること。なお、[2] については解答用紙のおもて面ではスペースが足りない場合には、裏面に記入しても差し支えない。
- 3 各解答用紙には受験番号を所定の欄に必ず記入すること。
- 4 解答用紙は6枚である。[1] を選択した者は1枚目～3枚目の解答用紙に、[2] を選択した者は4枚目～6枚目の解答用紙に解答すること。なお、解答用紙6枚は綴じられており、綴じたままにすること。
- 5 解答用紙のみ返送すること。なお、問題用紙は回収しない。

- 1 算数科・数学科において，子どもの「主体的・対話的で深い学び」を実現するためには，どのような授業を行えばよいか．例を挙げながら授業について具体的に述べよ．また，そのような授業を行うことの意義を論ぜよ．なお，例は小学校，中学校，高等学校のいずれのものでもよい．(1200字程度)

2 次の問に答えよ.

(1) 実数 a から定まる 2 次関数 $f(x) = 2x^2 - ax - 1$ に対して, $-1 \leq x \leq 1$ における $|f(x)|$ の最大値を $M(a)$ で表す. $M(a)$ を a を用いて表せ. また a の関数 $M(a)$ の最小値を求めよ.

(2) $n = 1, 2, \dots$ を自然数とする. すべての実数 θ に対して,

$$\varphi_n(\cos \theta) = \cos n\theta$$

を満たす関数 $\varphi_n(x)$ を考える. ただし x は $-1 \leq x \leq 1$ の範囲で考える. 例えば, $\varphi_1(x) = x, \varphi_2(x) = 2x^2 - 1$ である. $\varphi_3(x), \varphi_4(x)$ を求めよ.

(3) (2) で求めた関数 $\varphi_3(x)$ のグラフを書き, $-1 \leq x \leq 1$ においてその最小値, 最大値をすべて求めよ. またそれらの値を与えるすべての x に対して, $x = \cos \theta$ となる実数 θ を $0 \leq \theta < 2\pi$ の範囲で求めよ.

(4) 実数 a, b, c から定まる 3 次関数 $f(x) = 4x^3 + ax^2 + bx + c$ に対して, $-1 \leq x \leq 1$ における $|f(x)|$ の最大値を M で表す. $M \geq 1$ であることを証明せよ.

(5) 実数 a, b, c, d から定まる 4 次関数 $g(x) = 8x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ に対して, $-1 \leq x \leq 1$ における $|g(x)|$ の最大値を N で表す. $N \geq 1$ であることを証明せよ.